11-02

Российская Федерация
Департамент образования Белгородской области
областное государственное бюджетное
общеобразовательное учреждение
«Борисовская средняя общеобразовательная
школа имени Героя Советского Союза
А.М. Рудого» Белгородской области
(ОГБОУ «Борисовская СОШ»)
309340, Белгородская область,
пос. Борисовка, ул. Советская, 1
тел.: 8(47246) 5-10-27

№ ______ На № ______ от ______

1. Даже самое меньшее 10-значное число будет больше, чем наибольшее возможное 9-значное число, т.е число, состоящее из 9 девяток подряд. Сумма цифр у такого числа равна $9 \cdot 9 = 81$, Следовательно, сумма цифр у искомого десятизначного числа должна быть не меньше 81. Подобную сумму цифр можно получить, если, например, оно будет состоять из девяти восьмерок и одной девятки: 8888888889; $8 \cdot 9 + 9 = 9 \cdot 9 = 81$. Однако оптимальным такой вариант не будет, т.к. для того, чтобы получить наименьшее число, на первых его позициях должны стоять как можно меньшие цифры. Если в числе будет хоть одна единица, то сумма его оставшихся 9 цифр равна $81 - 1 = 80$. 80 можно расписать единственным способом: как 8 девяток и 1 восьмерку; $9 \cdot 8 + 8 = 8 \cdot 10 = 80$. Минимальное число из этих цифр имеет вид 1899999999. Меньшее число с суммой цифр 81 составить не получится: если мы захотим уменьшить позиции, на которых стоят девятки, придется увеличить старшие разряды, и число увеличится; если захотим уменьшить первые два разряда, то увеличить сумму цифры не получится, ведь цифры большей, чем девять, нет.

Таким образом, сумма цифр найденного нами числа уже не меньше, чем у любого девятизначного. Для десятизначных это тоже справедливо: для любого десятизначного числа сумма цифр последних восьми зарядов не может быть больше, чем у найденного числа (она уже максимальна). А если сумма цифр первых двух разрядов окажется больше, то и само число больше найденного, что противоречит условию задачи. Ответ: 1899999999 7б

2. Пусть число игроков в турнире равно x, $x > 1$. Тогда каждый игрок сыграл $x-1$ партий, по одной со всеми, кроме себя. Победитель заработал по одному очку в половине своих партий, $\frac{x-1}{2} \cdot 1$ очков получив в итоге. За партии второй половины он заработал $\frac{x-1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ очков. В сумме это составляет $\frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{x-1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{x-1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3(x-1)}{4}$. Все остальные игроки в сумме заработали в 13 раз больше очков, $\frac{3(x-1)}{4} \cdot 13$. Значит, за весь турнир всеми игроками было заработано $\frac{3(x-1)}{4} + \frac{3(x-1)}{4} \cdot 13 = \frac{3(x-1)}{4} \cdot 14 = \frac{3(x-1)}{2} \cdot 7$ очков

Теперь посчитаем очки другим путем. Если игроков было x, и каждый сыграл $x-1$ партий, всего их было сыграно $\frac{x(x-1)}{2}$ (без знаменателя 2 каждая партия была бы учтена 2 раза, только с другим порядком игроков). В каждой из этих партий очко уходило либо одному из игроков, либо делилось ими поровну, т.е. всего в турнире всеми игроками было получено как раз $\frac{x(x-1)}{2}$ очков. Логично, что $\frac{3(x-1)}{2}\cdot 7 = \frac{x(x-1)}{2}$ (посчитанное количество очков не может быть различно). $3(x-1)\cdot 7 = x(x-1)$; $21(x-1) = x(x-1)$. Мы можем поделить обе части уравнения на $x-1$, ведь $x>1$ и $x-1\neq 0$

$21 = x$. Ответ: 21. 7Б.

4. Если все значения $f(x)$ не превышают по модулю 1, то это касается и целочисленных иксов в данном промежутке: $x=0$, $x=1$, $x=2$.

Получаем:
$-1 \le c \le 1$ (для $x=0$)
$-1 \le a+b+c \le 1$ (для $x=1$)
$-1 \le 4a+2b+c \le 1$ (для $x=2$)

В зависимости от значения c второе неравенство можно расписать на два, как и третье неравенство:

$0 \le a+b \le 2$ (для $c=-1$); $0 \le 4a+2b \le 2$

$-2 \le a+b \le 0$ (для $c=1$); $-2 \le 4a+2b \le 0$

Учитывая, что $4a+2b = 2a+2a+2b$ [$2(a+b)$], можно также расписать и третьи неравенства:

$-4 \le 2a \le -2$ $\qquad$ $-2 \le a \le -1$

$2 \le 2a \le 4$ $\qquad$ $1 \le a \le 2$.

Получается, что для большей суммы модулей мы должны выбрать наибольшее по модулю значение для a, b, c.

Для a это 2 или ~~[illegible]~~ -2, тогда $-2 \le 4\cdot 2 + 2b \le 0$; $-10 \le 2b \le -8$ (для $a=2$); $b=-4$; $-1 \le 2-4+c \le 1$; $c=1$. (для $|b|>4$ мы не подберем значение c в пределах 1). Для $a=-2$ $0 \le 4\cdot(-2)+2b \le 2$; $+8 \le 2b \le 10$ $b=4$; $c=-1$. (аналогичная картина). Сумма модулей, так или иначе, будет равна $2+4+1=7$, а функция с соответствующими значениями имеет вид: [illegible]

7Б

3 Российская Федерация
[Департ]амент образования Белгородской области
[Об]ластное государственное бюджетное
общеобразовательное учреждение
[Б]орисовская средняя общеобразовательная
школа имени Героя Советского Союза
А.М. Рудого» Белгородской области
(ОГБОУ «Борисовская СОШ»)
309340, Белгородская область,
пос. Борисовка, ул. Советская, 1
тел.: 8(47246) 5-10-27

______ № ______

На № ______ от ______

3. Диагональ параллепипеда равна ~~дуг~~ квадратному корню из суммы квадратов его трёх ребер; $D = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$; $D^2 = a^2+b^2+c^2$.

Площадь всех граней параллелепипеда равна удвоенному попарному произведению ребер; $S = 2(ab+bc+ac)$ Распишем $a^2+b^2+c^2$ как $\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}+\frac{c^2}{2}+\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}+\frac{c^2}{2}$. Воспользуемся теоремой о средних, по которой среднее арифметическое двух чисел больше или равно их среднему геометрическому; $\frac{m+n}{2} = \sqrt{mn}$. Тогда $\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}$ можно рассмотреть как среднее арифметическое a^2 и b^2, а ab - как среднее геометрическое этих чисел; $\sqrt{a^2b^2} = ab$; тогда $\frac{a^2+b^2}{2} \geq ab$, и, соответственно, $\frac{b^2+c^2}{2} \geq bc$ и $\frac{a^2+c^2}{2} > ac$. Следовательно, $\frac{a^2}{2}\frac{+b^2}{2}+\frac{c^2}{2}+\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}+\frac{c^2}{2} \geq ab+bc+ac$. Нас интересует максимальное значение площади, которое не может быть больше суммы квадратов ребер, умноженной на 2, (ведь $ab+bc+ac$ — только половина площади). $2(a^2+b^2+c^2) \geq 2(ab+bc+ac)$; $2D^2 \geq S$, $2\cdot 9 \geq S$, максимальное значение площади равно 18.

Ответ: 18. 7б.

Общий балл: 28 б.

Проверили: / Семенова Т. Д /

/ Кондратьева В.В /