09-01

Бланк ответов

АДМИНИСТРАЦИЯ БОРИСОВСКОГО РАЙОНА
УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ БОРИСОВСКОГО РАЙОНА
Луначарского ул., 2, п. Борисовка
Белгородская область, 309340
т/факс: (47246)5-05-31
e-mail: uo-borisovka@bo.belregion.ru,
http://bor-rono.ru

Лист 1

Общий балл: 23 балла
Проверили: 1. ВВ /Константинова Т.И./
2. НГ /Кондратьева А.В./

9.1. Пусть 8 рыбаков купят по 3 монеты и 8 рыбаков купили по 2 монеты: $8 \cdot 3 + 8 \cdot 2 = 24 + 16 = 40$
16 рыбаков купили, макс. число монет могли купить по 3 монеты: $16 \cdot 3 = 48$ монет, тогда макс. кол-во монет: $40 + 48 = 88$ монет Ответ: 88 монет 7б.

9.2. Если взять число, которое не содержит переходов при переходе от одного к следующему, то сумма цифр будут последовательными. Однако, если числа содерж. переход, то сумма цифр могут не образовывать последовательность. Например, если взять числа 999, 1000, 1001, ..., 1016, то сумма цифр не образуют последовательность. Для того, чтобы сумма цифр 18 последовательных чисел образовали 18 последовательных натур. чисел необходимо, чтобы сумма цифр этих чисел не содерж. переходов при переходе от одного к следующему. Однако, если взять любые 18 последовательных чисел, то обязательно будет хотя бы один переход (кол-во) через десятки, поэтому сумма цифр. Таким образом, не существует 18 последовательных натур. чисел, таких, что суммы их цифр образуют 18 последовательных натур. чисел. Ответ: нет 6б.

9.3. Пусть 4 корня будут: $3^m, 3^{m+1}, 3^{m+2}, V$ где m - натур. число. Пусть корни пр-ого квадр-ого ур-ия - 3^m и 3^{m+3}, а корни второго квадр-го ур-ия - 3^{m+1} и 3^{m+2}, тогда для 1 квадрат. ур-ия:

$$x^2 - ax + c = 0$$

$$a = 3^m + 3^{m+3} = 3^m + 3^m \cdot 27 = 3^m(1+27) = 3^m \cdot 28$$

$$c = 3^m \cdot 3^{m+3} = 3^{2m+3}$$

для 2 квадрат. ур-ия

$$x^2 - bx + c = 0$$

$$b = 3^{m+1} + 3^{m+2} = 3^{m+1}(1+3) = 3^{m+1} \cdot 4$$

$$c = 3^{m+1} \cdot 3^{m+2} = 3^{2m+3}$$

Вычисл. $3a - 4b$:

$$3a - 4b = 3 \cdot 3^m \cdot 28 - 4 \cdot 3^{m+1} \cdot 4 = 3^{m+1} \cdot 28 - 3^{m+1} \cdot 16 = 3^{m+1}(28 - 16)$$

Простые делители числа 68:

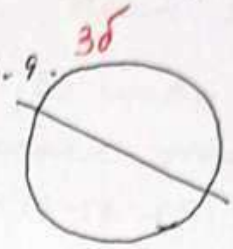
$68 = 2^2 \cdot 17$ и еще $3 \cdot 3^m \cdot 2^2 \cdot 17$ 6б.

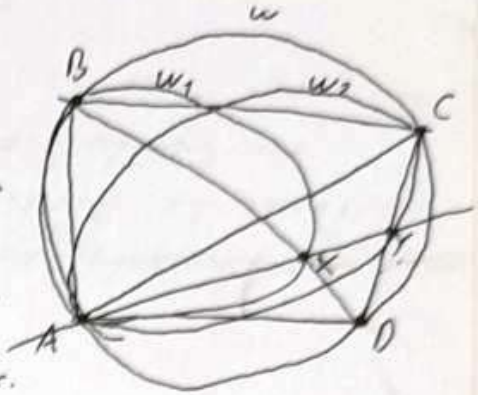
Таким образом, простые делители числа $3a - 4b$ - это 2 и 17

Ответ: 2, 17, 3

АДМИНИСТРАЦИЯ БОРИСОВСКОГО РАЙОНА
УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ БОРИСОВСКОГО РАЙОНА
Луначарского ул., 2, п. Борисовка
Белгородская область, 309340
т/факс: (47246)5-05-31
e-mail: uo-borisovka@bo.belregion.ru,
http://bor-rono.ru

9.9. 3б





ω - окр-ть опис. вокруг четыр-ка ABCD
ω_1 - окр-ть опис. около △ABX
ω_2 - окр-ть опис. около △ACY

Док-во:

Пусть t - кас-ая к ω_1 в точке A, тогда по св-ву углов между кас-ой и хордой:
$\angle tAB = \angle AXB$ (впис. в ω_1, опирается на AB)
Аналогично, если t' - кас-ая к ω_2 в A, то:
$\angle t'AC = \angle AYC$ (впис. в ω_2, опирается на AC)
Чтобы t = t', нужно док-ть:
$\angle tAB = \angle t'AC \Leftrightarrow \angle AXB = \angle AYC$
Рассмотрим четырех-ик ABCD, впис. в ω. Тогда:
$\angle ABD = \angle ACD$ (опираются на ~~дугу~~ дугу AD в ω_1)
Обозначим $\angle ABD = \angle ACD = \alpha$
Посмотрим на △BXD и △CYD:
у них $\angle BXD = CYA$ (верт-ые углы при пересеч. BD и CY в Y)
Также $\angle XBD = \angle YCD = \alpha$
значит, △BXD и △CYD подобны по 2 углам:
$ABXD \sim \angle CYD$
Из подобия:
$\angle BXD = \angle CYD = \angle AXB = \angle AYC$
(Поскольку $\angle AXB$ и $\angle BXD$ - смеж., а $\angle AYC$ и $\angle CYD$ - смеж.)
Тогда кас-ые t и t' к ω_1 и ω_2 в точке A совпадают.
Значит, окр-ти к ω_1 и ω_2 имеют общ. кас-ую в A и, ⇒ кас-ся в этой точке
Ответ: окружности, описанные около треуг-ов ABX и ACY кас-ся в точке A.

9.5. 7б Всего таких произв-ий будет 10. Обозначим через B_i i-е произ-ие (например, $B_1 = a_1a_2a_3a_4$, $B_2 = a_2a_3a_4a_5$ и т.д.). Тогда произ-ие всех B_i равно:

$$B_1 \cdot B_2 \cdot \ldots \cdot B_{10} = (a_1a_2a_3a_4) \cdot (a_2a_3a_4a_5) \cdot \ldots \cdot (a_{10}a_1a_2a_3)$$

Заметим, что каждое a_i входит ровно в 4 произ-ия (т.к. каждое a_i участв. в 4 "соседних" двойках). Поэтому:

$$B_1 \cdot B_2 \cdot \ldots \cdot B_{10} = (a_1a_2 \ldots a_{20})^4$$

По условию $B_1, B_2, \ldots, B_{10}$ - числа 11, 12, ..., 20 в некотором порядке. Значит, их произв-ие:

АДМИНИСТРАЦИЯ БОРИСОВСКОГО РАЙОНА
УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ БОРИСОВСКОГО РАЙОНА
Луначарского ул., 2, п. Борисовка
Белгородская область, 309340
т/факс: (47246)5-05-31
e-mail: uo-borisovka@bo.belregion.ru,
http://bor-rono.ru

$B_1 \cdot B_2 \cdot \ldots B_{10} = 11 \cdot 12 \cdot \ldots \cdot 20$

Вычисл. это произв. не

$11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20$

Разложим на простые мно-ли

$11 = 11$

$12 = 2^2 \cdot 3$

$13 = 13$

$14 = 2 \cdot 7$

$15 = 3 \cdot 5$

$16 = 2^4$

$17 = 17$

$18 = 2 \cdot 3^2$

$19 = 19$

$20 = 2^2 \cdot 5$

Перемножая, получ.:

$2^{2+1+4+1+2} \cdot 3^{1+1+2} \cdot 5^{1+1} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 =$

$= 2^{10} \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$

мы получили, что:

$(a_1 + a_2 \ldots a_{10})^4 = 2^{10} \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$

но правая часть не явл-ся четвертой степенью целого числа.

Поэтому в степени у 2 равен 10 (не делится на 4)

у 5 - 2 (не делится на 4)

Значит, не существ-т целых (и даже рацио-ых) $a_1, \ldots, a_{10}$, для которых $(a_1 \ldots a_{10})^4$ равно этому произв-ю

$\Rightarrow$ невозможно подобрать числа $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$ так, чтобы указанные произв-я давали числа от 11 до 20 в некот-м порядке

Ответ: нет, нельзя.